

Ejercicio N° 10- Enunciado

Dado el perfil de acero que se observa en la figura 10.1, el cual se encuentra empotrado en el extremo izquierdo y en el derecho soporta la carga P actuante en el punto A.

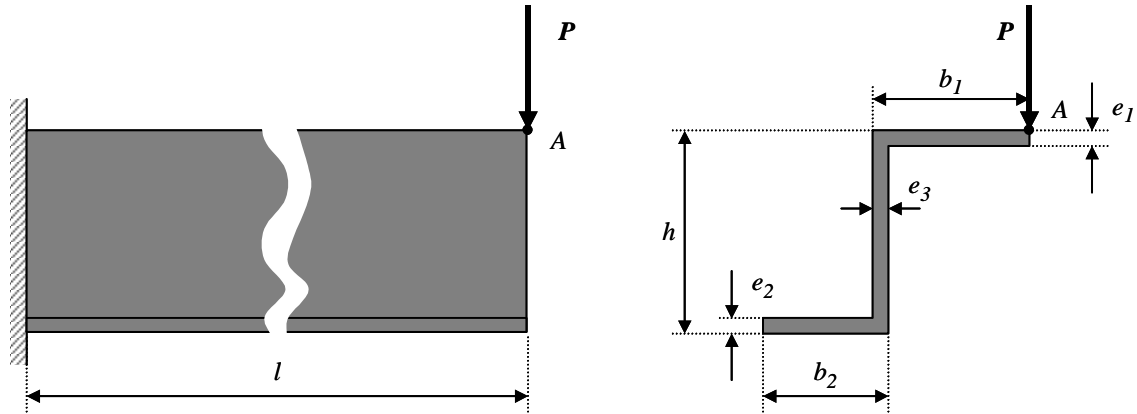


Figura 10.1

h	e_3	b_1	e_1	b_2	e_2	l	P	G
cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	kN	kN/cm ²
26	0,8	18	1,0	14	0,4	80	5	$8 \cdot 10^3$

Tabla 10.1

De acuerdo con lo indicado en la tabla 10.1, se solicita determinar, por efecto del par torsor:

1. Las tensiones tangenciales máximas que se generan en las alas y en el alma
2. El ángulo de torsión total
3. Considerando la misma longitud para el contorno medio y, que tanto el par torsor como el ángulo total de torsión sean los calculados en los puntos anteriores, determinar la magnitud del espesor e del perfil en el caso que el mismo fuese constante ($e_1 = e_2 = e_3 = e$).

Ejercicio N° 10- Resolución**1. Cálculo de las tensiones tangenciales máximas****1.1. Cálculo de las características geométricas a utilizar**

En primer lugar, resulta conveniente calcular las siguientes características geométricas de la sección.

a) Cálculo del baricentro de la sección:

Con referencia a la figura 10.2, se tiene que:

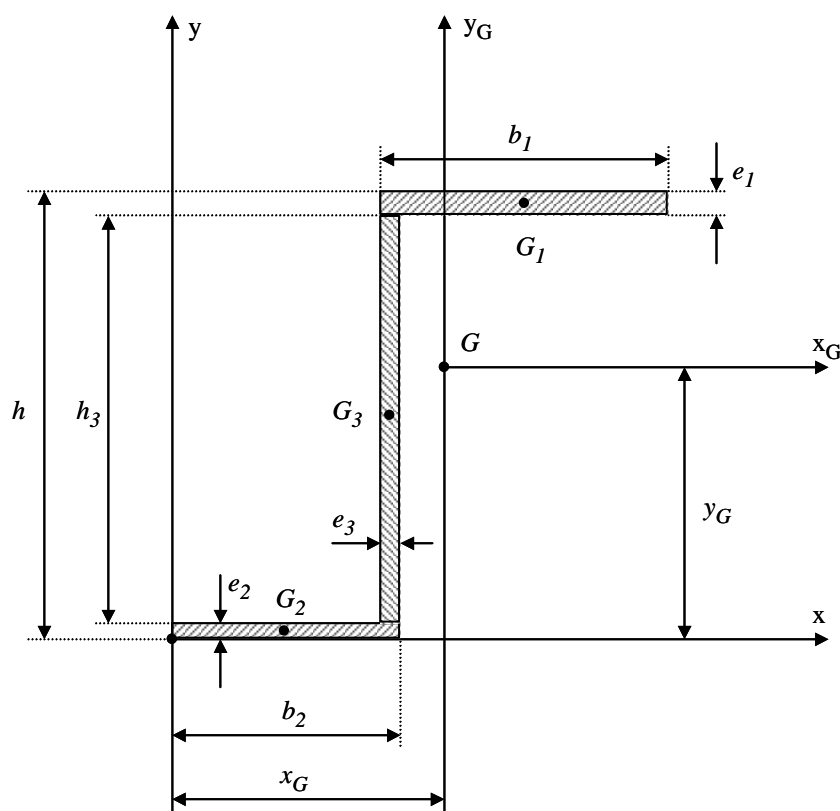


Figura 10.2

$$G_1(x_1 \quad y_1) \quad G_2(x_2 \quad y_2) \quad G_3(x_3 \quad y_3)$$

$$h_3 = h - e_1 - e_2 = 26 - 1 - 0,4 = 24,6 \cdot \text{cm}$$

$$F_1 = b_1 \cdot e_1 = 18 \cdot 1 = 18 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_2 = b_2 \cdot e_2 = 14 \cdot 0,4 = 5,6 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_3 = h_3 \cdot e_3 = 24,6 \cdot 0,8 = 19,68 \cdot \text{cm}^2$$

$$F = \sum_{i=1}^3 F_i = 18 + 5,6 + 19,68 = 43,28 \cdot \text{cm}^2$$

<i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i>	<i>TP 2</i>	<i>10/3</i>
--	-------------	-------------

$$x_1 = b_2 - e_3 + \frac{b_1}{2} = 14 - 0,8 + \frac{18}{2} = 22,2 \cdot cm$$

$$y_1 = h - \frac{e_1}{2} = 26 - 0,5 = 25,5 \cdot cm$$

$$x_2 = \frac{b_2}{2} = \frac{14}{2} = 7 \cdot cm$$

$$y_2 = \frac{e_2}{2} = \frac{0,4}{2} = 0,2 \cdot cm$$

$$x_3 = b_2 - \frac{e_3}{2} = 14 - \frac{0,8}{2} = 13,6 \cdot cm$$

$$y_3 = \frac{h_3}{2} + e_2 = \frac{24,6}{2} + 0,4 = 12,7 \cdot cm$$

Cálculo de x_G :

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^3 F_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^3 F_i} = \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot x_3}{F_1 + F_2 + F_2}$$

$$x_G = \frac{18 \cdot 22,2 + 5,6 \cdot 7 + 19,68 \cdot 13,6}{43,28} = \frac{399,6 + 39,2 + 267,65}{43,28} = \frac{706,45}{43,28}$$

$$x_G = 16,32 \cdot cm$$

Cálculo de y_G :

$$y_G = \frac{\sum_{i=1}^3 F_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^3 F_i} = \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + F_3 \cdot y_3}{F_1 + F_2 + F_2}$$

$$y_G = \frac{18 \cdot 25,5 + 5,6 \cdot 0,2 + 19,68 \cdot 12,7}{43,28} = \frac{459 + 1,12 + 249,94}{43,28} = \frac{710,06}{43,28}$$

$$y_G = 16,41 \cdot cm$$

b) Cálculo del contorno medio desarrollado:

$$S_1 = b_1 - \frac{e_3}{2} = 18 - \frac{0,8}{2} = 17,6 \cdot cm$$

$$S_2 = b_2 - \frac{e_3}{2} = 14 - \frac{0,8}{2} = 13,6 \cdot cm$$

$$S_3 = h - \frac{e_1}{2} - \frac{e_2}{2} = 26 - \frac{1,0}{2} - \frac{0,4}{2} = 25,3 \cdot cm$$

$$S = \sum_{i=1}^3 S_i = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S = 17,6 + 13,6 + 25,3$$

$$S = 56,50 \cdot cm$$

Cátedra: Ing. José Luis Tavorro	TP 2	10/4
---------------------------------	------	------

c) Cálculo del momento de inercia polar equivalente:

$$J_t^* = \frac{\sum_{i=1}^3 S_i \cdot e_i^3}{3} = \frac{S_1 \cdot e_1^3 + S_2 \cdot e_2^3 + S_3 \cdot e_3^3}{3}$$

$$J_t^* = \frac{17,6 \cdot 1,0^3 + 13,6 \cdot 0,4^3 + 25,3 \cdot 0,8^3}{3} = \frac{17,6 + 0,87 + 12,95}{3} = \frac{31,42}{3}$$

$$J_t^* = 10,47 \cdot \text{cm}^4$$

1.2. Cálculo del momento torsor

$$Mt = P \cdot [(b_2 - e_3 + b_1) - x_G]$$

$$Mt = 5 \cdot [(14 - 0,80 + 18) - 16,32]$$

$$Mt = 74,40 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

1.3. Cálculo de las tensiones tangenciales máximas

1.3.1. Ala superior del perfil

$$\tau_{\text{máx}(1)} = \frac{Mt}{J_t^*} \cdot e_1$$

$$\tau_{\text{máx}(1)} = \frac{74,40}{10,47} \cdot 1,0$$

$$\tau_{\text{máx}(1)} = 7,11 \cdot \text{kN} / \text{cm}^2$$

1.3.2. Ala inferior del perfil

$$\tau_{\text{máx}(2)} = \frac{Mt}{J_t^*} \cdot e_2$$

$$\tau_{\text{máx}(2)} = \frac{74,40}{10,47} \cdot 0,4$$

$$\tau_{\text{máx}(2)} = 2,84 \cdot \text{kN} / \text{cm}^2$$

1.3.3. Alma del perfil

$$\tau_{\text{máx}(3)} = \frac{Mt}{J_t^*} \cdot e_3$$

$$\tau_{\text{máx}(3)} = \frac{74,40}{10,47} \cdot 0,8$$

$$\tau_{\text{máx}(3)} = 5,68 \cdot \text{kN} / \text{cm}^2$$

2. Cálculo del ángulo de torsión total Θ

El mismo está dado por la siguiente expresión:

$$\Theta = \frac{Mt \cdot l}{G \cdot J_t^*}$$

Reemplazando por los valores

$$\Theta = \frac{74,40 \cdot 80}{8 \cdot 10^3 \cdot 10,47} = \frac{5952}{83,76 \cdot 10^3}$$

$$\Theta = 0,07106$$

$$\Theta = 0,07106 \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\Theta = 4^\circ \quad 4'$$

3. Cálculo del espesor e constante

En el presente caso se tiene:

$$\Theta = \frac{Mt \cdot l}{G \cdot J_t^*} \quad (1)$$

Siendo:

$$J_t^* = \frac{S \cdot e^3}{3} \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\Theta = \frac{3 \cdot Mt \cdot l}{G \cdot S \cdot e^3}$$

$$e = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot Mt \cdot l}{G \cdot S \cdot \Theta}}$$

Reemplazando por los valores:

$$e = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 74,40 \cdot 80}{(8 \cdot 10^3) \cdot 56,50 \cdot 0,07106}} = \sqrt[3]{\frac{17,856 \cdot 10^3}{32,1191 \cdot 10^3}} = \sqrt[3]{0,5559}$$

$$e = 0,82 \cdot cm$$